



研究与开发

面向去蜂窝网络的基于列正交约束的 OMP混合预编码算法

张思涵, 王安定

(浙江工商大学信息与电子工程学院, 浙江 杭州 310018)

摘要: 针对工作在毫米波频段下的去蜂窝大规模多输入多输出 (cell-free massive multiple-input multiple-output, CF-mMIMO) 系统中混合预编码设计面临的链路开销大与数值不稳定等问题, 提出了一种适配分布式架构的基于列正交约束的正交匹配追踪 (orthogonal matching pursuit, OMP) 算法。在模拟预编码阶段, 采用基于旋转不变性技术的信号参数最小二乘估计 (least squares estimation of signal parameters via rotational invariance technique, LS-ESPRIT) 算法, 基于接收信号直接估计信号到达角, 并重构波束码本, 有效压缩了反馈开销; 在数字预编码阶段, 引入列正交约束并推导了最优因子, 重构了优化目标函数, 规避了病态矩阵求逆问题, 提升了预编码矩阵的数值稳定性与匹配精度。仿真结果表明, 该算法在不同接入点分布结构与系统参数设置下均能保持稳定且明显的频谱效率性能提升, 验证了其在 CF-mMIMO 系统中的鲁棒性与优越性。

关键词: 去蜂窝大规模多输入多输出; 毫米波; OMP 算法; 频谱效率; 混合预编码

中图分类号: TN929.5

文献标志码: A

doi: 10.11959/j.issn.1000-0801.2026021

An OMP-based hybrid precoding algorithm with column-orthogonality constraint for cell-free networks

Zhang Sihan, Wang Anding

School of Information and Electronic Engineering, Zhejiang Gongshang University, Hangzhou 310018, China

Abstract: To address the issues of high link overhead and numerical instability in hybrid precoding design for cell-free massive multiple-input multiple-output (CF-mMIMO) systems operating in the millimeter-wave band, a column-orthogonality-constrained orthogonal matching pursuit (OMP) algorithm adapted to distributed architectures was proposed. In the analog precoding phase, a least squares estimation of signal parameters via rotational invariance technique (LS-ESPRIT) algorithm was employed to directly estimate the angle of arrival from received signals and reconstruct the beamforming codebook, thereby significantly reducing the feedback overhead. In the digital precoding phase, a column orthogonality constraint was introduced, and the optimal scaling factor was derived to reformulate

收稿日期: 2025-05-29; 修回日期: 2025-07-09

通信作者: 王安定, anding_704@zjgsu.edu.cn

基金项目: 浙江省自然科学基金资助项目 (No.LY22F010013)

Foundation Item: The Natural Science Foundation of Zhejiang Province (No.LY22F010013)



the objective function. This avoided the inversion of ill-conditioned matrices and enhanced both the numerical stability and matching accuracy of the precoding matrix. Simulation results demonstrate that the proposed algorithm consistently achieves stable and significant improvements in spectral efficiency across various access point distributions and system parameter configurations, verifying its robustness and effectiveness in CF-mMIMO systems.

Key words: CF-mMIMO, millimeter wave, OMP algorithm, spectral efficiency, hybrid precoding

0 引言

随着移动互联网与智能终端的迅猛发展,传统蜂窝网络在频谱复用效率、边缘用户速率以及系统稳定性等方面的性能瓶颈日益显现^[1],已难以满足未来面向6G的通信系统对“海量连接、超高速率、超低时延”的综合性能需求^[2-4]。针对上述挑战,去蜂窝大规模多输入多输出(cell-free massive multiple-input multiple-output, CF-mMIMO)系统^[5-6]作为新型架构受到广泛关注。该系统通过在整个覆盖区域密集部署分布式接入点(access point, AP),由所有AP协同为用户提供服务,从而有效解决了传统蜂窝架构中的邻区干扰与小区边界效应问题,显著提升了系统容量上限与用户体验一致性^[7]。

在CF-mMIMO系统中,分布式部署带来了广泛的信道状态信息(channel state information, CSI)与复杂的传播路径,尤其在毫米波频段下,信道具有明显的稀疏性和方向性特征^[8]。为了有效聚焦信号能量、提升传输效率,系统需要在发射端引导波束朝向最优方向,这对信号的空间处理提出了更高要求。传统方案中,全数字预编码具备灵活的波束控制能力,但其对大量射频链的依赖使得硬件成本和功耗难以承受,而全模拟预编码尽管结构简单,却缺乏足够的波束调控自由度。为此,混合预编码作为两者结合的折中方案,在保持性能的同时,显著降低了实现复杂度,逐渐成为CF-mMIMO系统中的主流选择。

与传统蜂窝或分布式MIMO系统相比,CF-mMIMO架构下的预编码设计更具挑战性:一方

面,系统中大量分布式AP与用户之间CSI的获取与反馈存在较大开销;另一方面,集中式的优化算法难以适配其高度分布、协同传输的特性。近年来,已有部分学者尝试在CF-mMIMO架构下优化混合预编码策略。例如,从算法设计角度出发,针对混合预编码中的非凸优化问题,文献[9]和文献[10]分别通过构建流形优化框架与利用块坐标下降方法,有效规避了联合变量间的耦合,提升了系统性能。进一步考虑系统实际约束与开销控制的需求,文献[11]、文献[12]、文献[13]、文献[14]分别将图神经网络、空中信令机制、Dinkelbach迭代法与路径跟随算法、基于空间用户簇的CSI反馈压缩与两段式混合预编码方法引入CF-mMIMO系统的预编码设计中,避免了高维凸优化过程对全局CSI的依赖,显著降低了反馈开销。从系统结构设计角度出发,文献[15]在可重构智能表面(reconfigurable intelligent surface, RIS)辅助的CF-mMIMO系统中,联合优化AP的波束成形与智能反射系数,以应对有限回传带宽条件下的能效优化问题;文献[16]在此基础上提出了“用RIS替代部分基站”的系统结构,构建了广义多基站、多RIS、多用户、多载波的去蜂窝网络模型,并设计了联合有源与无源预编码框架,提升了系统容量;文献[17]进一步面向太赫兹频段下的宽带RIS辅助CF-mMIMO系统,设计了一种三维联合预编码框架,综合引入频谱扩展、硬件部署与联合优化三类设计维度,提升了RIS辅助CF-mMIMO系统在高频率选择性信道下的整体性能。

尽管现有研究从算法和系统设计角度入手,

为CF-mMIMO系统中的混合预编码设计提供了多种优化策略，但大多忽略了毫米波信道在角度域中的稀疏特性，而这一结构特征为预编码设计提供了新的可能，特别适合采用压缩感知方法进行稀疏建模和波束筛选。在传统毫米波大规模MIMO系统中，文献[8]提出了一种混合预编码算法，创新性地采用了正交匹配追踪（orthogonal matching pursuit, OMP）理论，从波束字典中迭代选择主导方向，在降低射频链需求的同时，实现了接近全数字预编码的性能。然而，该方法依赖于已知的阵列响应和频繁的搜索反馈，难以直接应用于CF-mMIMO架构下的大规模分布式环境。此外，其数字预编码求解过程涉及高维矩阵求逆，存在数值不稳定性问题，会进一步导致系统频谱效率降低。因此，如何充分发挥OMP算法在稀疏信道建模与波束选择方面的优势，并面向CF-mMIMO系统架构进行结构性改进，是一个值得深入研究的问题。

本文的主要贡献如下。

(1) 本文将传统OMP算法引入全连接架构下的CF-mMIMO系统，并设计了包含5种典型CF架构下的AP分布与传统蜂窝网络在内的共6种网络场景，构建了2组仿真实验，分别以用户半径与用户角度为变量，对比各场景下用户的频谱效率变化规律。仿真结果表明，传统OMP算法在5种CF-mMIMO系统中均表现出显著优于传统蜂窝网络的频谱效率，验证了该算法在CF-mMIMO系统中的适应性与有效性。

(2) 本文分析了传统OMP算法在高维多AP场景中存在链路反馈冗余、预编码矩阵求逆不稳定等问题，结合毫米波信道在角度域的稀疏特性，提出了一种更适用于CF-mMIMO系统的基于列正交约束的OMP算法。从模拟与数字预编码两个层面协同优化，在模拟预编码阶段，采用基于旋转不变性技术的信号参数最小二乘估计（least squares estimation of signal parameters via ro-

tational invariance technique, LS-ESPRIT）方法，通过对接收信号进行处理，实现到达角估计，并重构波束码本，显著压缩反馈开销；在数字预编码阶段，通过引入列正交约束、推导最优因子，并重构优化目标函数，有效规避了病态矩阵求逆问题，从而提升了系统的频谱效率与预编码矩阵的数值稳定性。

符号说明： \mathbf{A} 表示矩阵， \mathbf{a} 表示向量， a 表示标量， \mathbf{I}_n 表示 n 维单位矩阵， $(\cdot)^T$ 、 $(\cdot)^H$ 、 $(\cdot)^{-1}$ 、 $(\cdot)^\dagger$ 、 $\|\cdot\|_F$ 、 $|\cdot|$ 、 $[\cdot]_{i,j}$ 、 $\det(\cdot)$ 、 $\text{eig}(\cdot)$ 、 $\text{Tr}(\cdot)$ 、 $\mathcal{R}(\cdot)$ 分别表示矩阵的转置、共轭转置、求逆、求广义逆、Frobenius范数、取模、第 i 行第 j 列的元素、行列式、特征值、迹、元素的实部， $\lceil \cdot \rceil$ 表示向上取整， \mathbb{C} 、 \mathbb{R} 分别表示复数集、实数集。

1 CF-mMIMO系统模型

1.1 下行链路系统模型

一种典型的CF-mMIMO系统结构如图1所示。假设各AP在下行传输过程中具备理想的时频同步能力，基站侧部署 N_{AP} 个AP，采用双层圆形结构均匀排布，内外圆半径分别为 r_1 和 r_2 ，对应的AP数量分别为 $N_{AP1} = \frac{N_{AP}}{3}$ 和 $N_{AP2} = N_{AP} - N_{AP1}$ 个。图1(b)为系统的几何模型示意图，覆盖范围半径为 D ，用户设备（user equipment, UE）与第 n 个AP的极坐标分别为 (ρ, δ) 、 (r_n, δ_n) ，分别用小三角形及小圆点表示，则AP的极坐标 (r_n, δ_n) 可表示为：

$$(r_n, \delta_n) = \begin{cases} \left(r_1, \frac{2\pi(n-1)}{N_{AP1}} \right), n=1, 2, \dots, N_{AP1} \\ \left(r_2, \frac{2\pi(n-N_{AP1}-1)}{N_{AP2}} \right), n=N_{AP1}+1, N_{AP1}+2, \dots, N_{AP} \end{cases} \quad (1)$$

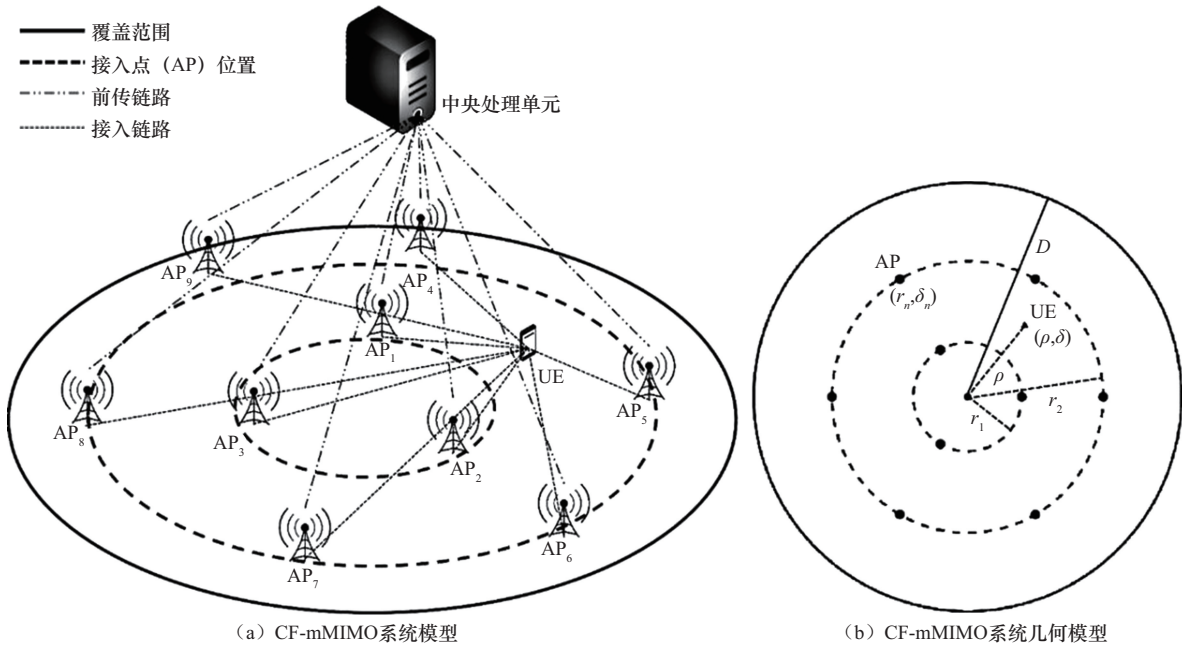


图1 CF-mMIMO系统结构

CF-mMIMO 系统中全连接结构的混合预编码框图如图 2 所示，基站侧配置 N_{AP} 个 AP，每个 AP 上配备 L 根天线，呈均匀线阵排列，则基站侧共配有 $N_{BS} = N_{AP}L$ 根天线。用户侧配有 M 根天线，亦呈均匀线阵排列。在下行链路中，基站侧

给用户发送数据流共 N_s 条，每个 AP 均配备 S 个射频链，且满足 $N_s \leq N_{AP}S \leq N_{AP}L$ 。在用户侧，接收信号 $\mathbf{y} \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ 可表示为^[18]：

$$\mathbf{y} = \sqrt{p} \mathbf{H}_{\text{down}} \mathbf{F}^{\text{RF}} \mathbf{F}^{\text{BB}} \mathbf{s} + \mathbf{n} \quad (2)$$

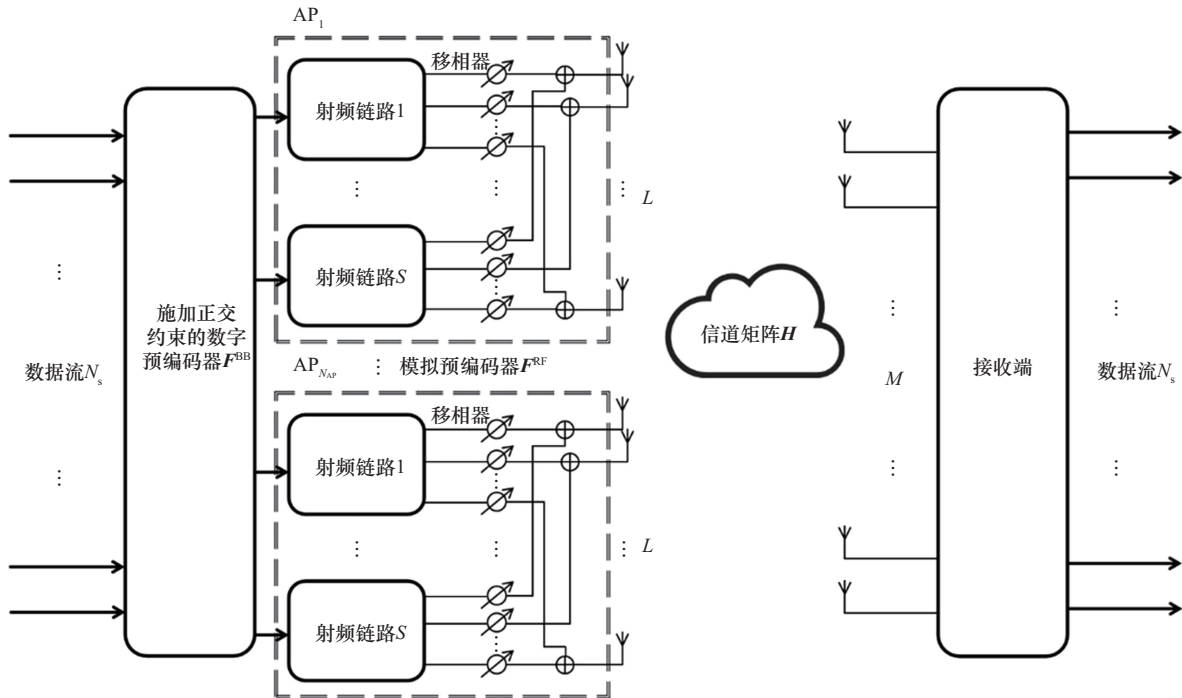


图2 CF-mMIMO 系统中全连接结构的混合预编码框图

其中, p 为平均发射功率, $\mathbf{H}_{\text{down}} \in \mathbb{C}^{M \times N_{\text{BS}}}$ 为下行信道, $\mathbf{F}^{\text{RF}} \in \mathbb{C}^{N_{\text{BS}} \times N_{\text{AP}} S}$ 为模拟预编码矩阵, 满足恒模约束 $\left| [\mathbf{F}^{\text{RF}}]_{i,j} \right| = 1/\sqrt{L}$, $\mathbf{F}^{\text{BB}} \in \mathbb{C}^{N_{\text{AP}} S \times N_s}$ 为数字预编码矩阵, 满足功率约束 $\|\mathbf{F}^{\text{RF}} \mathbf{F}^{\text{BB}}\|_{\text{F}}^2 = N_s$, $\mathbf{s} \in \mathbb{C}^{N_s \times 1}$ 为发送数据, 满足 $\mathbb{E}\{\mathbf{s}\mathbf{s}^{\text{H}}\} = \frac{1}{N_s} \mathbf{I}_{N_s}$, $\mathbf{n} \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ 为加性白高斯噪声, 服从均值为零向量、协方差矩阵为 $\sigma^2 \mathbf{I}_M$ 的复高斯分布, 即 $\mathbf{n} \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{I}_M)$ 。

在下行链路中, 由 N_{AP} 个独立子信道矩阵组成的总下行信道矩阵可表示为:

$$\mathbf{H}_{\text{down}} = [\mathbf{H}_{\text{down}_1}, \mathbf{H}_{\text{down}_2}, \dots, \mathbf{H}_{\text{down}_{N_{\text{AP}}}}] \quad (3)$$

其中, $\mathbf{H}_{\text{down}_n} \in \mathbb{C}^{M \times L}$ 为用户与第 n 个 AP 之间的下行信道矩阵。由于在实际的去蜂窝网络中, 路径损耗和阴影衰落的影响是显著的, 因此在信道建模时需要同时考虑小尺度衰落和大尺度衰落, 故 $\mathbf{H}_{\text{down}_n}$ 可表示为:

$$\mathbf{H}_{\text{down}_n} = \sqrt{\beta_n} \mathbf{H}_n \quad (4)$$

其中, β_n 为大尺度衰落, \mathbf{H}_n 为小尺度衰落。根据全向路径损耗模型^[19]可得, $\beta_n = c s_n \left(\frac{d_0}{d_n} \right)^{\nu}$, 其中 c 为与环境相关的常数, 由文献[19]给出的路径损耗模型可推导得到 $c = \frac{\lambda^2}{(4\pi d_0)^2}$, λ 为波长, d_0 表

示用户和 AP 之间的最小距离, d_n 表示用户与第 n 个 AP 之间的距离, s_n 为链路的随机阴影衰落因子, 服从对数正态分布, 即 $10 \lg s_n \sim \mathcal{N}(0, \sigma_0^2)$, ν 为路径损耗指数, 表示路径损耗随距离增加的衰减速度, 一般在自由空间下取值为 2, 在城市或有遮挡情况下取值为 3~4, 甚至更高。

小尺度衰落 \mathbf{H}_n 则采用 Saleh-Valenzuela 信道模型^[20-21], 可表示为:

$$\mathbf{H}_n = \sqrt{\frac{ML}{Q_n}} \sum_{q=1}^{Q_n} \alpha_n^q \mathbf{a}_r(\phi_{n,q}) \mathbf{a}_l^{\text{H}}(\theta_{n,q}) \quad (5)$$

其中, Q_n 表示用户与第 n 个 AP 之间的路径数, $\alpha_n^q \sim \mathcal{CN}(0, 1)$ 表示第 q 个路径的复增益, $\mathbf{a}_r(\phi_{n,q})$ 和 $\mathbf{a}_l(\theta_{n,q})$ 分别表示与第 q 个路径有关的用户接收阵列响应和第 n 个 AP 的发送阵列响应, $\phi_{n,q} \in [0, 2\pi]$ 和 $\theta_{n,q} \in [0, 2\pi]$ 分别表示第 q 个路径的到达角和离开角。在去蜂窝网络中, 为防止信号出现混叠, 每个 AP 上的天线通常采用间隔为 $d = \frac{\lambda}{2}$ 的均匀线阵分布, 因此, $\mathbf{a}_r(\phi_{n,q})$ 和 $\mathbf{a}_l(\theta_{n,q})$ 可进一步表示为:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_r(\phi_{n,q}) &= \frac{1}{\sqrt{M}} \left[1, e^{j \frac{2\pi}{\lambda} d \sin(\phi_{n,q})}, \dots, e^{j(M-1) \frac{2\pi}{\lambda} d \sin(\phi_{n,q})} \right]^{\text{T}} \\ \mathbf{a}_l(\theta_{n,q}) &= \frac{1}{\sqrt{L}} \left[1, e^{j \frac{2\pi}{\lambda} d \sin(\theta_{n,q})}, \dots, e^{j(L-1) \frac{2\pi}{\lambda} d \sin(\theta_{n,q})} \right]^{\text{T}} \end{aligned} \quad (6)$$

1.2 上行链路系统模型

在上行链路中, 用户侧发送远场窄带信号, 信号长度为 K , 并分别从不同方向 $\theta_{n,1}, \theta_{n,2}, \dots, \theta_{n,Q_n}$ 到达第 n 个 AP, $n = 1, 2, \dots, N_{\text{AP}}$, Q_n 为用户与第 n 个 AP 之间信道的路径数, 则第 n 个 AP 接收到的数据 $\mathbf{Y}_n \in \mathbb{C}^{L \times K}$ 可以描述为:

$$\mathbf{Y}_n = \mathbf{H}_{\text{up}_n} \mathbf{S} + \mathbf{N}_n \quad (7)$$

其中, $\mathbf{H}_{\text{up}_n} \in \mathbb{C}^{L \times Q_n}$ 为上行信道矩阵, $\mathbf{S} \in \mathbb{C}^{Q_n \times K}$ 为用户发送数据, $\mathbf{N}_n \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{I}) \in \mathbb{C}^{L \times K}$ 为满足均值为零向量、协方差矩阵为 $\sigma^2 \mathbf{I}$ 的加性白高斯噪声。

$$\mathbf{S}(k) = e^{j \left(2\pi f_0 \frac{k}{f_s} + 2\pi \varphi_k \right)} \quad (8)$$

其中, f_0 为信号频率, f_s 为采样频率, $k = 1, 2, \dots, K$ 为数据长度, $\varphi_k \sim \mathcal{U}(0, 2\pi)$ 为在 $[0, 2\pi]$ 内均匀分布的随机相位。用户与第 n 个 AP 之间的上行信道矩阵 \mathbf{H}_{up_n} 可简单地描述为:



$$\mathbf{H}_{\text{up}_n} = \alpha \mathbf{A}_n(\boldsymbol{\theta}) \quad (9)$$

其中, $\alpha = \text{diag}(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_L) \in \mathbb{C}^{L \times L}$, $\alpha_l \sim \mathcal{CN}(0, \sigma^2)$ 为信号的复增益, $\mathbf{A}_n(\boldsymbol{\theta}) = [\mathbf{a}(\theta_{n,1}), \mathbf{a}(\theta_{n,2}), \dots, \mathbf{a}(\theta_{n,Q_n})] \in \mathbb{C}^{L \times Q_n}$ 为第 n 个 AP 的接收天线阵列响应, $\theta_{n,q}$ 为第 n 个 AP 的第 q 条路径的到达角, 均匀线阵的天线阵列响应 $\mathbf{a}(\theta_{n,q}) = \frac{1}{\sqrt{L}} \left[1, e^{j \frac{2\pi}{\lambda} d \sin(\theta_{n,q})}, \dots, e^{j(L-1) \frac{2\pi}{\lambda} d \sin(\theta_{n,q})} \right]^T$.

1.3 问题分析

假设发送端和接收端都获知完美 CSI 的情况下, 系统的频谱效率可以表示为^[18,22]:

$$R = \text{lb det} \left(\mathbf{I}_M + \frac{p}{N_s \sigma^2} \mathbf{H}_{\text{down}} \mathbf{F} \mathbf{F}^H \mathbf{H}_{\text{down}}^H \right) \quad (10)$$

当 $N_s = N_{\text{AP}} S$ 时, $\mathbf{F} = \text{diag}(\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2, \dots, \mathbf{F}_{N_{\text{AP}}}) \in \mathbb{C}^{N_{\text{BS}} \times N_s}$ 为混合预编码矩阵, $\mathbf{F}_n \in \mathbb{C}^{L \times S}$ 为用户与第 n 个 AP 之间的混合预编码矩阵, $\mathbf{F} = \mathbf{F}^{\text{RF}} \mathbf{F}^{\text{BB}}$, $\mathbf{F}^{\text{RF}} = \text{diag}(\mathbf{F}_1^{\text{RF}}, \mathbf{F}_2^{\text{RF}}, \dots, \mathbf{F}_{N_{\text{AP}}}^{\text{RF}}) \in \mathbb{C}^{N_{\text{BS}} \times N_s}$ 为模拟预编码矩阵, $\mathbf{F}_n^{\text{RF}} \in \mathbb{C}^{L \times S}$ 为模拟预编码子矩阵, $\mathbf{F}^{\text{BB}} = \text{diag}(\mathbf{F}_1^{\text{BB}}, \mathbf{F}_2^{\text{BB}}, \dots, \mathbf{F}_{N_{\text{AP}}}^{\text{BB}}) \in \mathbb{C}^{S \times N_s}$ 为数字预编码矩阵, $\mathbf{F}_n^{\text{BB}} \in \mathbb{C}^{S \times S}$ 为数字预编码子矩阵, 且满足 $\mathbf{F}_n = \mathbf{F}_n^{\text{RF}} \mathbf{F}_n^{\text{BB}}$.

为了最大化系统的频谱效率, 本文需要解决以下最优化问题:

$$\begin{aligned} \underset{\mathbf{F}}{\text{maximize}} \quad & \text{lb det} \left(\mathbf{I}_M + \frac{p}{N_s \sigma^2} \mathbf{H}_{\text{down}} \mathbf{F} \mathbf{F}^H \mathbf{H}_{\text{down}}^H \right) \\ \text{s.t.} \quad & \|\mathbf{F}\|_F^2 = N_s \end{aligned} \quad (11)$$

根据文献[8]的分析推导, 并结合 CF-mMIMO 的系统模型, 预编码器的设计问题可以重写为:

$$\begin{aligned} (\mathbf{F}_n^{\text{RF, opt}}, \mathbf{F}_n^{\text{BB, opt}}) = \underset{\mathbf{F}_n^{\text{RF}}, \mathbf{F}_n^{\text{BB}}}{\min} \quad & \left\| \mathbf{F}_n^{\text{opt}} - \mathbf{F}_n^{\text{RF}} \mathbf{F}_n^{\text{BB}} \right\|_F^2 \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{F}_n^{\text{RF}} \in \mathcal{F}_n^{\text{RF}}, \left\| \mathbf{F}_n^{\text{RF}} \mathbf{F}_n^{\text{BB}} \right\|_F^2 = N_s \end{aligned} \quad (12)$$

其中, $\mathbf{F}_n^{\text{opt}} \in \mathbb{C}^{L \times S}$ 为全数字预编码条件下构造的最优预编码子矩阵, 仅作为混合结构设计中的性能参考目标。通过对子信道 $\mathbf{H}_{\text{down}_n}$ 做有序奇异值分解 ($\mathbf{H}_{\text{down}_n} = \mathbf{U} \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{V}^H$) 后, 取右酉矩阵 \mathbf{V} 的前 N_s 列组成该最优预编码子矩阵, $\mathcal{F}_n^{\text{RF}}$ 为一个具有单位恒模约束的非凸可行域, 其中每个元素的模值恒定, 仅相位可调。

研究发现, 最优预编码子矩阵取的是右酉矩阵的部分列, 而右酉矩阵的列构成了信道行空间的标准正交基, 同时, 阵列响应向量 $\mathbf{a}(\theta_{n,Q_n})$ 也形成了信道行空间的有限生成集, 且满足可行域 $\mathcal{F}_n^{\text{RF}}$ 的约束。此外, 最优预编码子矩阵 $\mathbf{F}_n^{\text{opt}}$ 的列通过线性变换与向量 $\mathbf{a}(\theta_{n,Q_n})$ 相关, 即 $\mathbf{F}_n^{\text{opt}}$ 的列可以写成 $\mathbf{a}(\theta_{n,Q_n}) \forall n, Q_n$ 的线性组合。因此, 能够进一步将集合 $\mathcal{F}_n^{\text{RF}}$ 限制为由具有特定形式的阵列响应向量 $\mathbf{a}(\theta_{n,Q_n})$ 构成, 即集合 $\mathcal{F}_n^{\text{RF}}$ 可以写成基站侧接收天线阵列响应矩阵 $\mathbf{A}_n(\boldsymbol{\theta})$ 。基于此, 优化问题可以进一步表示为:

$$\begin{aligned} (\mathbf{F}_n^{\text{RF, opt}}, \mathbf{F}_n^{\text{BB, opt}}) = \underset{\mathbf{F}_n^{\text{RF}}, \mathbf{F}_n^{\text{BB}}}{\min} \quad & \left\| \mathbf{F}_n^{\text{opt}} - \mathbf{F}_n^{\text{RF}} \mathbf{F}_n^{\text{BB}} \right\|_F^2 \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{F}_n^{\text{RF}} \in \mathbf{A}_n(\boldsymbol{\theta}), \left\| \mathbf{F}_n^{\text{RF}} \mathbf{F}_n^{\text{BB}} \right\|_F^2 = N_s \end{aligned} \quad (13)$$

这一优化过程本质上相当于利用基向量 $\mathbf{a}(\theta_{n,Q_n})$ 为最优解 $\mathbf{F}_n^{\text{opt}}$ 寻找最佳的低维表示方式。

2 基于列正交约束的 OMP 算法

2.1 模拟预编码器设计

传统 OMP 算法将发送天线阵列的响应矩阵视作一个预定义的码本, 并在该码本中搜索与发送端到达方向最为匹配的列向量, 随后将其纳入模拟预编码矩阵 \mathbf{F}^{RF} 中。然而, 传统 OMP 算法的前提假设是发送端码本已提前获知且固定不变, 而在实际的无线通信场景中, 尤其是 CF-mMIMO 系统中, 基站侧的接收角度码本是随着环境和用户的分布而动态变化且实时更新, 是未知的。

若要实时传输码本信息，将不可避免地占用大量的回程链路资源。在 AP 数量庞大的 CF-mMIMO 系统中，这部分开销将是巨大的。

针对码本动态变化且未知的问题，本文使用 LS-ESPRIT^[23]算法，在上行链路中，通过在接收端仅对接收数据矩阵 \mathbf{Y}_n 做运算，得到接收角度的估计值 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_n$ ，再代入式 (6)，即可直接在接收端重构出一个实时的子码本 $\mathbf{A}_n(\hat{\boldsymbol{\theta}})$ 。

在第 n 个 AP 上，首先对接收信号矩阵进行计算获得协方差矩阵 $\mathbf{R}_n = \frac{1}{K} \mathbf{Y}_n \mathbf{Y}_n^H$ ，然后对其进行特征值分解 $\mathbf{R}_n = \mathbf{V}_n \mathbf{D}_n \mathbf{V}_n^H$ ，其中， \mathbf{D}_n 为特征值对角矩阵， \mathbf{V}_n 为特征向量矩阵，且与 \mathbf{D}_n 中的对角元素一一对应。之后，构造信号子空间，取出最大 Q_n 个特征值对应的特征向量形成信号子空间 \mathbf{U}_{sn} ，再分别取前 $L-1$ 行与后 $L-1$ 行构成信号子空间的第 1、第 2 部分：

$$\mathbf{U}_{sn}^{(1)} = \mathbf{U}_{sn}(1:L-1, :) \quad (14)$$

$$\mathbf{U}_{sn}^{(2)} = \mathbf{U}_{sn}(2:L, :) \quad (15)$$

接着，计算旋转不变矩阵 $\mathbf{G}_n = (\mathbf{U}_{sn}^{(1)})^\dagger \mathbf{U}_{sn}^{(2)}$ 。再计算旋转不变矩阵 \mathbf{G}_n 的特征值 $\lambda_i = \text{eig}(\mathbf{G}_n) \in \mathbb{C}^{Q_n \times 1}$ ，最后，计算到达角的估计值：

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_n = \arcsin\left(\frac{(\angle \lambda_i) \lambda}{2\pi d}\right) \quad (16)$$

其中， $\angle \lambda_i = \arg(\lambda_i)$ 表示取复数 λ_i 的相位， λ 为信号波长， $\hat{\boldsymbol{\theta}}_n \in \mathbb{R}^{Q_n \times 1}$ 。之后在每个 AP 上都进行这样的操作，则每个 AP 都能得到专属的维度仅为 $L \times Q_n$ 的子码本 $\mathbf{A}_n(\hat{\boldsymbol{\theta}})$ 。

2.2 数字预编码器设计

传统 OMP 算法在求解数字预编码矩阵 \mathbf{F}^{BB} 的计算过程中涉及模拟预编码矩阵 \mathbf{F}^{RF} 的伪逆或逆运算，这一步骤通常采用奇异值分解的方法完成。当 AP 数量较大时， \mathbf{F}^{RF} 矩阵的维度也随之变大，矩阵求逆过程的计算复杂度呈现平方甚至立

方级增长。此外，这类操作对矩阵的条件数敏感，尤其当 \mathbf{F}^{RF} 矩阵选择的列向量之间的相似性较高或数量较多时，可能导致病态矩阵^[24]，使得求逆过程的数值稳定性下降，进而严重影响数字预编码器的计算精度，导致系统的频谱效率大大降低。

由于无约束最优预编码器子矩阵具有列正交特性，可最大限度地抑制复用数据流间的干扰。受此启发，当数字预编码器子矩阵 \mathbf{F}_n^{BB} 的列向量相互正交时，每个数据流经过数字预编码后的信号在“信号空间”中实现完全独立。此时，模拟预编码器仅需要针对每个信号的方向性进行优化，不需要考虑不同信号间的相互“缠绕”，从而显著降低了设计复杂度^[25]。根据这一思路，本文在设计中对数字预编码器子矩阵施加比例列正交约束，使得 \mathbf{F}_n^{BB} 满足：

$$\mathbf{F}_n^{\text{BBH}} \mathbf{F}_n^{\text{BB}} = \alpha^2 \mathbf{I}_S \quad (17)$$

其中， α 为比例缩放因子，用于在列正交约束条件下调整预编码矩阵的能量尺度，以最小化目标信号矩阵 $\mathbf{F}_n^{\text{opt}}$ 与近似矩阵 $\mathbf{F}_n^{\text{RF}} \mathbf{F}_n^{\text{BB}}$ 之间的重构误差。因此，基于式 (13)，优化目标可重写为：

$$\begin{aligned} & \left\| \mathbf{F}_n^{\text{opt}} - \alpha \mathbf{F}_n^{\text{RF}} \mathbf{F}_n^{\text{BB}} \right\|_{\text{F}}^2 = \\ & \text{Tr} \left(\left(\mathbf{F}_n^{\text{opt}} - \alpha \mathbf{F}_n^{\text{RF}} \mathbf{F}_n^{\text{BB}} \right)^H \left(\mathbf{F}_n^{\text{opt}} - \alpha \mathbf{F}_n^{\text{RF}} \mathbf{F}_n^{\text{BB}} \right) \right) = \\ & \text{Tr} \left(\mathbf{F}_n^{\text{optH}} \mathbf{F}_n^{\text{opt}} \right) - \alpha \text{Tr} \left(\mathbf{F}_n^{\text{optH}} \mathbf{F}_n^{\text{RF}} \mathbf{F}_n^{\text{BB}} \right) - \\ & \alpha \text{Tr} \left(\mathbf{F}_n^{\text{BBH}} \mathbf{F}_n^{\text{RFH}} \mathbf{F}_n^{\text{opt}} \right) + \alpha^2 \text{Tr} \left(\mathbf{F}_n^{\text{BBH}} \mathbf{F}_n^{\text{RFH}} \mathbf{F}_n^{\text{RF}} \mathbf{F}_n^{\text{BB}} \right) = \\ & \left\| \mathbf{F}_n^{\text{opt}} \right\|_{\text{F}}^2 - 2\alpha R \left(\text{Tr} \left(\mathbf{F}_n^{\text{BB}} \mathbf{F}_n^{\text{optH}} \mathbf{F}_n^{\text{RF}} \right) \right) + \alpha^2 \left\| \mathbf{F}_n^{\text{RF}} \mathbf{F}_n^{\text{BB}} \right\|_{\text{F}}^2 \end{aligned} \quad (18)$$

本文需要最小化该目标函数关于 α 的值，因此可以将其看作一个二次函数，形式为： $f(\alpha) = c_1 - 2\alpha c_2 + \alpha^2 c_3$ ，

其中， $c_1 = \left\| \mathbf{F}_n^{\text{opt}} \right\|_{\text{F}}^2$ ， $c_2 = R \left(\text{Tr} \left(\mathbf{F}_n^{\text{BB}} \mathbf{F}_n^{\text{optH}} \mathbf{F}_n^{\text{RF}} \right) \right)$ ，

$c_3 = \left\| \mathbf{F}_n^{\text{RF}} \mathbf{F}_n^{\text{BB}} \right\|_{\text{F}}^2$ 。求导，令 $\frac{df(\alpha)}{d\alpha} = 0$ ，可得：

$$\frac{df(\alpha)}{d\alpha} = -2c_2 + 2\alpha c_3 = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{c_2}{c_3} \quad (19)$$



代回 c_2 和 c_3 , 得到:

$$\alpha = \frac{R\left(\text{Tr}\left(\mathbf{F}_n^{\text{BB}} \mathbf{F}_n^{\text{optH}} \mathbf{F}_n^{\text{RF}}\right)\right)}{\left\|\mathbf{F}_n^{\text{RF}} \mathbf{F}_n^{\text{BB}}\right\|_{\text{F}}^2} \quad (20)$$

因此, 当 $\alpha = \frac{R\left(\text{Tr}\left(\mathbf{F}_n^{\text{BB}} \mathbf{F}_n^{\text{optH}} \mathbf{F}_n^{\text{RF}}\right)\right)}{\left\|\mathbf{F}_n^{\text{RF}} \mathbf{F}_n^{\text{BB}}\right\|_{\text{F}}^2}$ 时,

$$\left\|\mathbf{F}_n^{\text{opt}} - \alpha \mathbf{F}_n^{\text{RF}} \mathbf{F}_n^{\text{BB}}\right\|_{\text{F}}^2 \text{ 取得最小值为 } \left\|\mathbf{F}_n^{\text{opt}}\right\|_{\text{F}}^2 - \frac{\left\{R\left(\text{Tr}\left(\mathbf{F}_n^{\text{BB}} \mathbf{F}_n^{\text{optH}} \mathbf{F}_n^{\text{RF}}\right)\right)\right\}^2}{\left\|\mathbf{F}_n^{\text{RF}} \mathbf{F}_n^{\text{BB}}\right\|_{\text{F}}^2}.$$

又因为

$$\begin{aligned} \left\|\mathbf{F}_n^{\text{RF}} \mathbf{F}_n^{\text{BB}}\right\|_{\text{F}}^2 &= \text{Tr}\left(\mathbf{F}_n^{\text{BBH}} \mathbf{F}_n^{\text{RFH}} \mathbf{F}_n^{\text{RF}} \mathbf{F}_n^{\text{BB}}\right) = \\ &\text{Tr}\left(\mathbf{F}_n^{\text{RFH}} \mathbf{F}_n^{\text{RF}} \mathbf{F}_n^{\text{BB}} \mathbf{F}_n^{\text{BBH}}\right) \leq \\ &\text{Tr}\left(\mathbf{F}_n^{\text{RFH}} \mathbf{F}_n^{\text{RF}} \mathbf{K} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{K}^{\text{H}}\right) = \left\|\mathbf{F}_n^{\text{RF}}\right\|_{\text{F}}^2 \end{aligned} \quad (21)$$

其中, $\mathbf{F}_n^{\text{BB}} \mathbf{F}_n^{\text{BBH}} = \mathbf{K} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{K}^{\text{H}}$ 是对 $\mathbf{F}_n^{\text{BB}} \mathbf{F}_n^{\text{BBH}}$ 做的 SVD 分解, 当且仅当总数据流数等于总射频链路数时, 即 $N_s = N_{\text{AP}} S$ 时, $\mathbf{F}_n^{\text{BB}} \mathbf{F}_n^{\text{BBH}} = \mathbf{K} \mathbf{I}_S \mathbf{K}^{\text{H}}$, 等号成立。所以:

$$\begin{aligned} \left\|\mathbf{F}_n^{\text{opt}}\right\|_{\text{F}}^2 - \frac{\left\{R\left(\text{Tr}\left(\mathbf{F}_n^{\text{BB}} \mathbf{F}_n^{\text{optH}} \mathbf{F}_n^{\text{RF}}\right)\right)\right\}^2}{\left\|\mathbf{F}_n^{\text{RF}} \mathbf{F}_n^{\text{BB}}\right\|_{\text{F}}^2} &\leq \left\|\mathbf{F}_n^{\text{opt}}\right\|_{\text{F}}^2 - \\ &\frac{\left\{R\left(\text{Tr}\left(\mathbf{F}_n^{\text{BB}} \mathbf{F}_n^{\text{optH}} \mathbf{F}_n^{\text{RF}}\right)\right)\right\}^2}{\left\|\mathbf{F}_n^{\text{RF}}\right\|_{\text{F}}^2} \end{aligned} \quad (22)$$

由于 $\mathbf{F}_n^{\text{opt}}$ 、 \mathbf{F}_n^{RF} 均可视为已知项, 要最小化式 (22), 则需要最大化 $\left\{R\left(\text{Tr}\left(\mathbf{F}_n^{\text{BB}} \mathbf{F}_n^{\text{optH}} \mathbf{F}_n^{\text{RF}}\right)\right)\right\}^2$, 因此, 可以重构优化问题为:

$$\begin{aligned} \text{maximize}_{\mathbf{F}_n^{\text{BB}}} &\left\{R\left(\text{Tr}\left(\mathbf{F}_n^{\text{BB}} \mathbf{F}_n^{\text{optH}} \mathbf{F}_n^{\text{RF}}\right)\right)\right\}^2 \\ \text{s.t.} &\mathbf{F}_n^{\text{BBH}} \mathbf{F}_n^{\text{BB}} = \alpha^2 \mathbf{I}_S \end{aligned} \quad (23)$$

令 $\mathbf{M}_n = \mathbf{F}_n^{\text{optH}} \mathbf{F}_n^{\text{RF}}$, 对 \mathbf{M}_n 做奇异值分解得到

$\mathbf{M}_n = \mathbf{U}_{1n} \boldsymbol{\Sigma}_n \mathbf{V}_{1n}^{\text{H}}$, 其中, $\mathbf{U}_{1n}, \mathbf{V}_{1n} \in \mathbb{C}^{S \times S}$ 为单位酉矩阵, $\boldsymbol{\Sigma}_n = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_S) \in \mathbb{R}^{S \times S}$ 且每个 $\sigma_i \geq 0$ 。令 $\mathbf{F}_n^{\text{BB}} = \alpha \mathbf{V}_{1n} \mathbf{X}_n \mathbf{U}_{1n}^{\text{H}}$, 其中 $\mathbf{X}_n \in \mathbb{C}^{S \times S}$, 且满足 $\mathbf{X}_n^{\text{H}} \mathbf{X}_n = \mathbf{I}_S$ 。将其代入式 (23) 有:

$$\begin{aligned} \left\{R\left(\text{Tr}\left(\mathbf{F}_n^{\text{BB}} \mathbf{F}_n^{\text{optH}} \mathbf{F}_n^{\text{RF}}\right)\right)\right\}^2 &= \left\{\mathcal{R}\left(\text{Tr}\left(\mathbf{F}_n^{\text{BB}} \mathbf{M}_n\right)\right)\right\}^2 = \\ \left\{R\left(\text{Tr}\left(\alpha \mathbf{V}_{1n} \mathbf{X}_n \mathbf{U}_{1n}^{\text{H}} \mathbf{U}_{1n} \boldsymbol{\Sigma}_n \mathbf{V}_{1n}^{\text{H}}\right)\right)\right\}^2 &= \\ \left\{R\left(\alpha \text{Tr}\left(\mathbf{X}_n \boldsymbol{\Sigma}_n\right)\right)\right\}^2 & \end{aligned} \quad (24)$$

由于 $\boldsymbol{\Sigma}_n$ 的对角线元素均为非负实数, 设 $\mathbf{X}_n = [x_{ij}]$, $i = 1, 2, \dots, S$, $j = 1, 2, \dots, S$, 则有:

$$\left\{R\left(\alpha \text{Tr}\left(\mathbf{X}_n \boldsymbol{\Sigma}_n\right)\right)\right\}^2 = \alpha^2 \left\{\sum_{i=1}^S \sigma_i R\left(x_{ii}\right)\right\}^2 \quad (25)$$

因为 \mathbf{X}_n 是单位酉矩阵, 其对角线元素的实部满足 $|R(x_{ii})| \leq 1$, 所以可以将 $R(x_{ii})$ 看成一个权重,

适当构造 \mathbf{X}_n 以取得 $\left\{R\left(\text{Tr}\left(\mathbf{F}_n^{\text{BB}} \mathbf{F}_n^{\text{optH}} \mathbf{F}_n^{\text{RF}}\right)\right)\right\}^2$ 的最大值。显然, 当 $R(x_{ii}) = 1$, 即 $\mathbf{X}_n = \mathbf{I}$ 、 $\mathbf{F}_n^{\text{BB}} = \alpha \mathbf{V}_{1n}$

$\mathbf{U}_{1n}^{\text{H}}$ 时, $\sum_{i=1}^S \sigma_i R(x_{ii})$ 取得最大的正值; 当 $R(x_{ii}) = -1$,

即 $\mathbf{X}_n = -\mathbf{I}$ 、 $\mathbf{F}_n^{\text{BB}} = -\alpha \mathbf{V}_{1n} \mathbf{U}_{1n}^{\text{H}}$ 时, $\sum_{i=1}^S \sigma_i R(x_{ii})$ 取得

最小的负值, 而二者都能使

$\left\{R\left(\text{Tr}\left(\mathbf{F}_n^{\text{BB}} \mathbf{F}_n^{\text{optH}} \mathbf{F}_n^{\text{RF}}\right)\right)\right\}^2$ 取得最大正值, 解决式

(23) 优化问题。

为简化分析, 本文仅对 $\sum_{i=1}^S \sigma_i R(x_{ii})$ 取得最大

正值的情况进行分析, 取最小负值情况同理。因此, 联立式 (17)、式 (20), 最终可计算出数字预编码矩阵为:

$$\mathbf{F}_n^{\text{BB}} = \alpha \mathbf{V}_{1n} \mathbf{U}_{1n}^{\text{H}} \quad (26)$$

对数字预编码矩阵的求解进行上述改进后, 能够解决矩阵求逆或伪逆运算带来的高计算量以及计算结果的不稳定问题, 提高系统的频谱效率。

2.3 混合预编码器设计

基于上述对模拟、数字预编码矩阵求解的改进，本节给出 CF-mMIMO 系统下完整的基于列正交约束的 OMP 算法的伪代码，如算法 1 所示。

算法 1 基于列正交约束的 OMP 算法

输入 最优预编码码子矩阵 $\mathbf{F}_n^{\text{opt}} \in \mathbb{C}^{L \times S}$, $n = 1, 2, \dots, N_{\text{AP}}$

初始化: 初始化 \mathbf{F}_n^{RF} 、 \mathbf{F}_n^{BB} 为空矩阵, $\mathbf{F}_n^{\text{res}} = \mathbf{F}_n^{\text{opt}}$

步骤 1 计算协方差矩阵 $\mathbf{R}_n = \frac{1}{K} \mathbf{Y}_n \mathbf{Y}_n^{\text{H}}$, 特征值分解 $\mathbf{R}_n = \mathbf{V}_n \mathbf{D}_n \mathbf{V}_n^{\text{H}}$

步骤 2 通过式 (14)、式 (15) 构造信号子空间 $\mathbf{U}_{sn}^{(1)}$ 、 $\mathbf{U}_{sn}^{(2)}$

步骤 3 计算旋转不变矩阵 $\mathbf{G}_n = (\mathbf{U}_{sn}^{(1)})^\dagger \mathbf{U}_{sn}^{(2)}$ 及其特征值 $\lambda_i = \text{eig}(\mathbf{G}_n)$

步骤 4 通过式 (16) 获得到达角估计值, 代入式 (6) 重构码本 $\mathbf{A}_n(\hat{\boldsymbol{\theta}})$

步骤 5 for $i \leq S$ do

步骤 6 计算码本投影矩阵 $\boldsymbol{\Psi}_n = \mathbf{A}_n^{\text{H}}(\hat{\boldsymbol{\theta}}) \mathbf{F}_n^{\text{res}}$, 在 $\boldsymbol{\Psi}_n \boldsymbol{\Psi}_n^{\text{H}}$ 的对角线上选择最大能量位置 k_n , 并将第 k_n 列添加至模拟预编码码子矩阵 \mathbf{F}_n^{RF} 中

步骤 7 计算矩阵 $\mathbf{M}_n = \mathbf{F}_n^{\text{optH}} \mathbf{F}_n^{\text{RF}}$, 并进行奇异值分解得 $\mathbf{M}_n = \mathbf{U}_{1n} \boldsymbol{\Sigma}_n \mathbf{V}_{1n}^{\text{H}}$

步骤 8 利用式 (26) 计算数字预编码码子矩阵 \mathbf{F}_n^{BB}

步骤 9 更新残差子矩阵 $\mathbf{F}_n^{\text{res}} = \frac{\mathbf{F}_n^{\text{opt}} - \mathbf{F}_n^{\text{RF}} \mathbf{F}_n^{\text{BB}}}{\|\mathbf{F}_n^{\text{opt}} - \mathbf{F}_n^{\text{RF}} \mathbf{F}_n^{\text{BB}}\|_{\text{F}}^2}$

步骤 10 end for

步骤 11 对数字预编码码子矩阵 \mathbf{F}_n^{BB} 进行功率

归一化处理: $\mathbf{F}_n^{\text{BB}} = \sqrt{\frac{N_s}{S}} \frac{\mathbf{F}_n^{\text{BB}}}{\|\mathbf{F}_n^{\text{RF}} \mathbf{F}_n^{\text{BB}}\|_{\text{F}}^2}$

输出 模拟预编码码子矩阵 $\mathbf{F}_n^{\text{RF}} \in \mathbb{C}^{L \times S}$ 、数字预编码码子矩阵 $\mathbf{F}_n^{\text{BB}} \in \mathbb{C}^{N_s \times N_s}$

对模拟预编码码子矩阵求解的改进主要利用

LS-ESPRIT 算法在接收端进行到达角估计, 仅对接收信号矩阵做处理就重构出码本, 不需要进行大批量码本的传输, 减少了链路开销, 对应算法 1 中的步骤 1~4。对数字预编码码子矩阵求解的改进主要通过添加列相互正交的约束, 绕开了高维度矩阵求逆或伪逆的运算, 避免了病态矩阵的出现, 大大提高了系统的频谱效率, 对应算法 1 中的步骤 7~8。

值得指出的是, 虽然本文主要聚焦于单用户下的混合预编码设计, 但从结构上看, 所提算法具备良好的可扩展性。在多用户场景中, 系统模型可扩展为 U 个用户共享 N_{AP} 个 AP 资源, 每个用户均配备 M 根接收天线, 并分别接收独立的数据流。在模拟预编码阶段, 可通过引入频分或码分正交导频, 使各用户的上行导频信号在接收侧得以分离, 从而实现每个用户主导传播路径的独立估计。结合第 2.1 节提到的 LS-ESPRIT 算法, 系统可为每位用户动态估算主导到达角信息, 并更新本地波束子码本, 从而实现不同用户信号在角域的有效分离。

在数字预编码阶段, 仍以最大化系统整体频谱效率为优化目标, 通过在列正交约束下的 OMP 迭代过程中, 针对每位用户分别构建其数字预编码码子矩阵, 并通过波束空间正交设计抑制用户间干扰, 从而提升多用户信号的可分离性与链路传输的可靠性。由于本文尚未开展多用户建模与仿真验证, 相关内容将作为后续重点研究方向进一步展开。

2.4 复杂度与反馈开销分析

本节进一步对比分析了所提算法与传统 OMP 算法在复杂度和反馈开销方面的差异。

在复杂度方面, 所提算法每次迭代主要涉及投影矩阵计算、奇异值分解以及列正交化处理, 整体复杂度约为 $\mathcal{O}(S(N_s^2 L + N_s^3))$ 。相比之下, 传统 OMP 算法需要对完整信道矩阵 $\mathbf{H}_{\text{down}} \in \mathbb{C}^{M \times N_{\text{BS}}}$ 进行投影和多码本遍历搜索, 复杂度约为



$\mathcal{O}(SN_s N_{BS} Q)$, 其中, Q 为候选波束码本大小, 随系统规模增大显著增加, 算法计算负担加重且数值稳定性下降。

在反馈开销方面, 传统 OMP 算法需要对每个 AP 反馈完整的模拟预编码码本索引, 用于后续的波束控制。假设每个候选码本索引用 b 表示, 且每个 AP 从大小为 Q 的稠密码本中选择波束方向, 则单个 AP 的反馈开销约为 $b \times \log Q$, 总反馈开销为 $N_{AP} \times b \times \log Q$ 。当系统规模增大 (即 N_{AP} 和 Q 同时增大) 时, 反馈开销将显著增加, 带来巨大的系统负担。相比之下, 所提算法在模拟预编码阶段, 通过 LS-ESPRIT 算法直接从接收信号中估计角度, 显著降低了反馈链路开销。

3 仿真分析

本节基于 MATLAB R2024a 平台对所提出的算法进行详细的仿真性能评估。首先验证了传统 OMP 算法在 CF-mMIMO 系统中依然具备良好的

适用性, 并可带来明显的性能增益。随后, 展示所提算法在 CF-mMIMO 场景中所实现的性能优化效果, 以进一步证明所提算法的有效性与优越性。为确保实验结果的统计稳定性与可信度, 本文所呈现的所有仿真数据均在 10 000 次蒙特卡洛试验的基础上获得。

3.1 CF-mMIMO 系统性能分析

为评估不同 AP 空间分布对系统性能的影响, 本文在双层圆结构的基础上, 进一步对比了 5 种典型 AP 部署方式, 包括单层圆、网格、阿基米德螺线、硬核点过程 (hard core point process, HCPP) 以及泊松点过程 (Poisson point process, PPP), 不同 AP 分布方式下的 CF-mMIMO 系统布局示意图如图 3 所示。由图 3 可知, 所有 AP 位置均通过预设分布函数生成, 计算方法详见附录。当 $N_{AP}=1$ 时, 系统将退化为传统蜂窝网络。为保证实验的公平性, 各方案中基站总发射天线数及总发射功率保持一致。仿真参数设置见表 1。

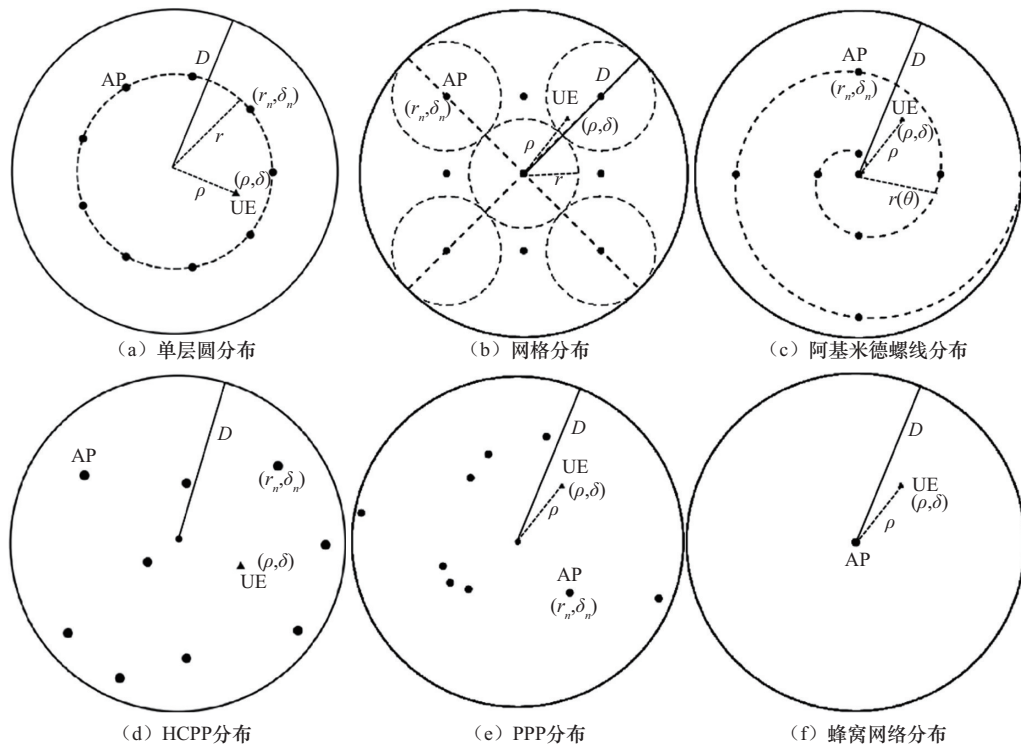


图3 不同 AP 分布方式下的 CF-mMIMO 系统布局示意图

表 1 仿真参数设置

仿真参数	参数取值
覆盖范围半径 D/m	300
AP 半径 $r, r_1, r_2/m$	$0.6D, 0.25D, 0.6D$
AP 数量 $N_{AP}/$ 个	9
每个 AP 的天线数 $L/$ 根	20
每个 AP 的射频链路数 $S/$ 个	2
数据流量 $N_s/$ 条	18
每个 AP 与用户之间的路径数 $Q_n/$ 个	5
用户侧天线数 $M/$ 根	64
链路阴影衰落因子的标准差 σ_0/dB	$9.7^{[19]}$
路径损耗指数 ν	2
总发射功率 P/dBm	30
噪声功率 σ/dBm	-110

仿真实验一：固定用户角度为 5° ，研究在 7 种 AP 分布下用户从中心向边缘移动过程中系统频谱效率的变化情况，即归一化半径由 0 增加至 D 。

不同 AP 分布下频谱效率随归一化用户半径的变化曲线如图 4 所示。由图 4 可知，CF-mMIMO 系统在 6 种 AP 分布下的频谱效率均显著优于传统蜂窝网络。随着归一化用户半径的增大，单层圆分布在 $\rho=0.6D$ 处出现了一个峰值，与实验参数设置 $r=0.6D$ 相符；双层圆分布分别在 $\rho=0.25D$ 和 $\rho=0.6D$ 处出现了峰值，与实验参数设置 $r_1=0.25D, r_2=0.6D$ 相符。PPP 分布的频谱效率整体低于规则几何结构（如双层圆、网格、阿基米德螺线）以及 HCPP 分布，但仍显著高于传统蜂窝架构。这主要是由于 PPP 分布下 AP 间无显式

间距约束，部分 AP 的聚集会造成局部干扰增强，从而影响系统整体性能。与此同时，该结果也从侧面验证了 HCPP 模型在随机场景下的结构优势，其通过引入硬核半径，有效规避了 AP 之间过度聚集所带来的干扰叠加问题，表现出更优的频谱效率。总体而言，双层圆、网格、阿基米德螺线分布的频谱效率最佳，单层圆、HCPP、PPP 次之，但都远高于传统蜂窝网络分布，充分体现了 CF-mMIMO 系统的协同增益与广覆盖优势。

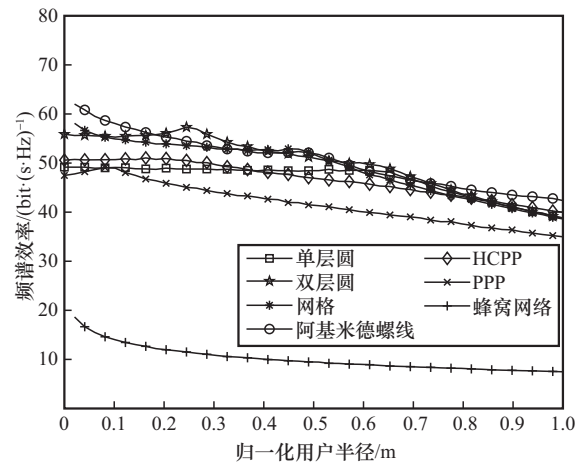


图 4 不同 AP 分布下频谱效率随归一化用户半径的变化曲线

仿真实验二：固定归一化用户半径 ρ 不变，研究用户沿着以覆盖范围圆心为圆心、 ρ 为半径的圆形轨迹移动过程中系统频谱效率的变化情况，即用户角度 δ 从 $-\pi$ 增加至 π 。

频谱效率随用户角度的变化曲线如图 5 所示。图 5 展示了在用户半径分别为 $\rho=0.1D, \rho=0.4D,$

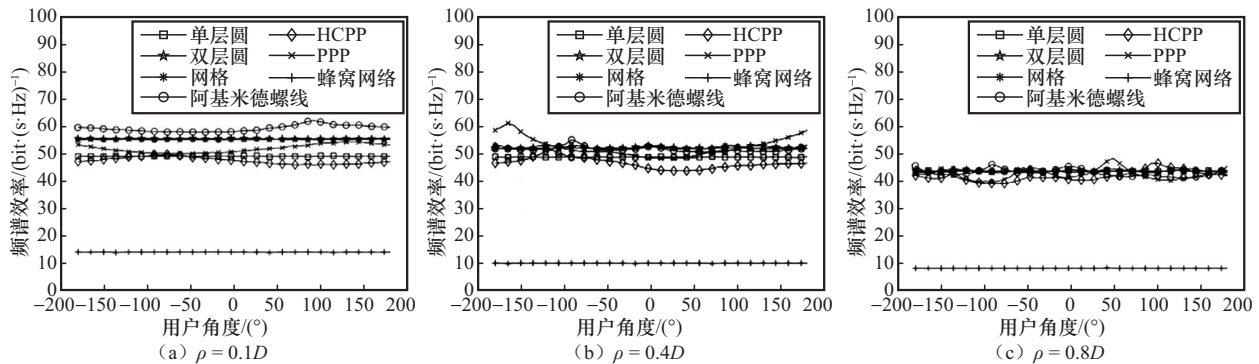


图 5 频谱效率随用户角度的变化曲线



$\rho=0.8D$ 的情况下,不同用户角度和频谱效率之间的变化关系。从图5可以清晰地看出,CF-mMIMO系统在6种AP分布下的频谱效率均远高于传统蜂窝网络,且用户发生角度变化对系统性能的影响较小。随着用户角度的变化,6种AP分布方案下的频谱效率波动幅度均较小,呈现近似周期性的变化或基本保持稳定。这说明,系统在不同用户角度下均能实现较为一致的频谱效率表现,从而体现出良好的角度鲁棒性,进一步保障了系统在空间分布上的服务公平性。

3.2 基于列正交约束的OMP算法性能分析

为评估各预编码策略的性能,本节在双层圆AP分布结构下对以下几种算法进行对比:传统OMP算法、仅改进模拟预编码的算法、仅改进数字预编码的算法,以及同时改进模拟与数字预编码的算法。同时,引入全数字预编码作为性能上限参考,以确保评估结果的合理性与对比的全面性。

仿真实验三:在双层圆AP分布结构下,固定用户位置不变,研究不同信噪比(signal to noise ratio, SNR)下,AP的平均角度估计误差以及重构码本误差。其中,平均码本误差由理想码本与估计码本作差求2范数后取平均值可得。

平均角度误差及平均码本误差随SNR的变化曲线如图6所示,随着SNR的增加,AP平均角度估计误差逐渐降低,码本误差也随之减小,验证了角度信息准确性对码本重构精度及系统性能的关键作用。此外,即使在低SNR场景下,LS-ESPRIT算法仍能保持较低的码本误差水平,体现了其在实际反馈受限或不完美条件下的实用性与鲁棒性。

仿真实验四:在双层圆AP分布结构下,固定用户角度不变,研究5种预编码策略下用户从中心向边缘移动过程中系统频谱效率的变化情况。

AP双层圆分布下的频谱效率随归一化用户半径的变化曲线如图7所示。图7展示了不同预编码方案下频谱效率随用户半径变化的性能对比,各方案曲线趋势整体符合双层圆AP分布的特征。与

传统OMP相比,仅改进 F^{RF} 的方案在降低链路开销的同时略优于原算法,这主要得益于引入角度估计机制,实现了更精确的波束选择。进一步对比显示,仅改进 F^{BB} 的方案频谱效率显著提升,性能逼近全数字预编码,这表明在理想码本条件下,数字域优化可显著提高系统的性能。此外,观察改进 $F^{RF}+F^{BB}$ 的曲线可知,当使用估计码本替代理想码本时,虽然性能略有下降,但整体频谱效率依然保持较高水平,同时换来了更低的反馈开销。综合来看,这部分性能损失相较于数字部分优化所带来的整体性能增益而言,几乎可以忽略不计。

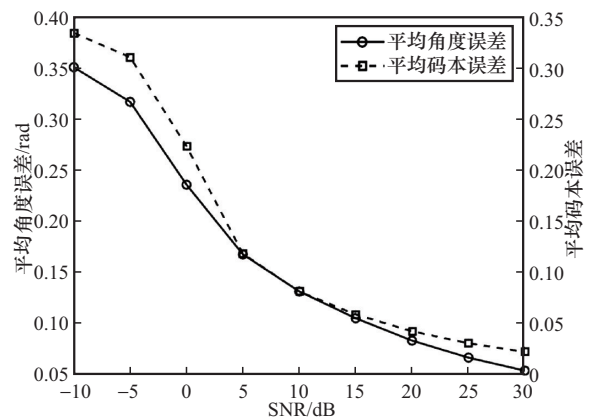


图6 平均角度误差及平均码本误差随SNR的变化曲线

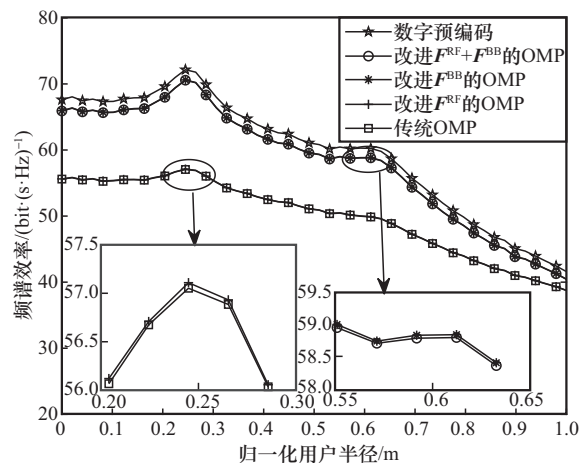


图7 AP双层圆分布下的频谱效率随归一化用户半径的变化曲线

仿真实验五:为验证所提算法在不同AP分布场景下的适用性,进一步在其余5种AP分布结构中,评估各算法在不同归一化用户半径条件下

的频谱效率表现。

其余5种AP分布下的频谱效率随归一化用户半径的变化曲线如图8所示。由图8可以看出，所提算法在多种AP分布结构下均表现出良好的鲁棒性，不仅显著降低了反馈开销，同时在频谱

效率方面也优于传统OMP算法，整体性能更接近最优水平。

仿真实验六：为进一步验证所提算法在不同系统参数配置下的性能表现，在双层圆AP分布结构下，固定用户极坐标为 $(0.4D, 5^\circ)$ ，研究3种

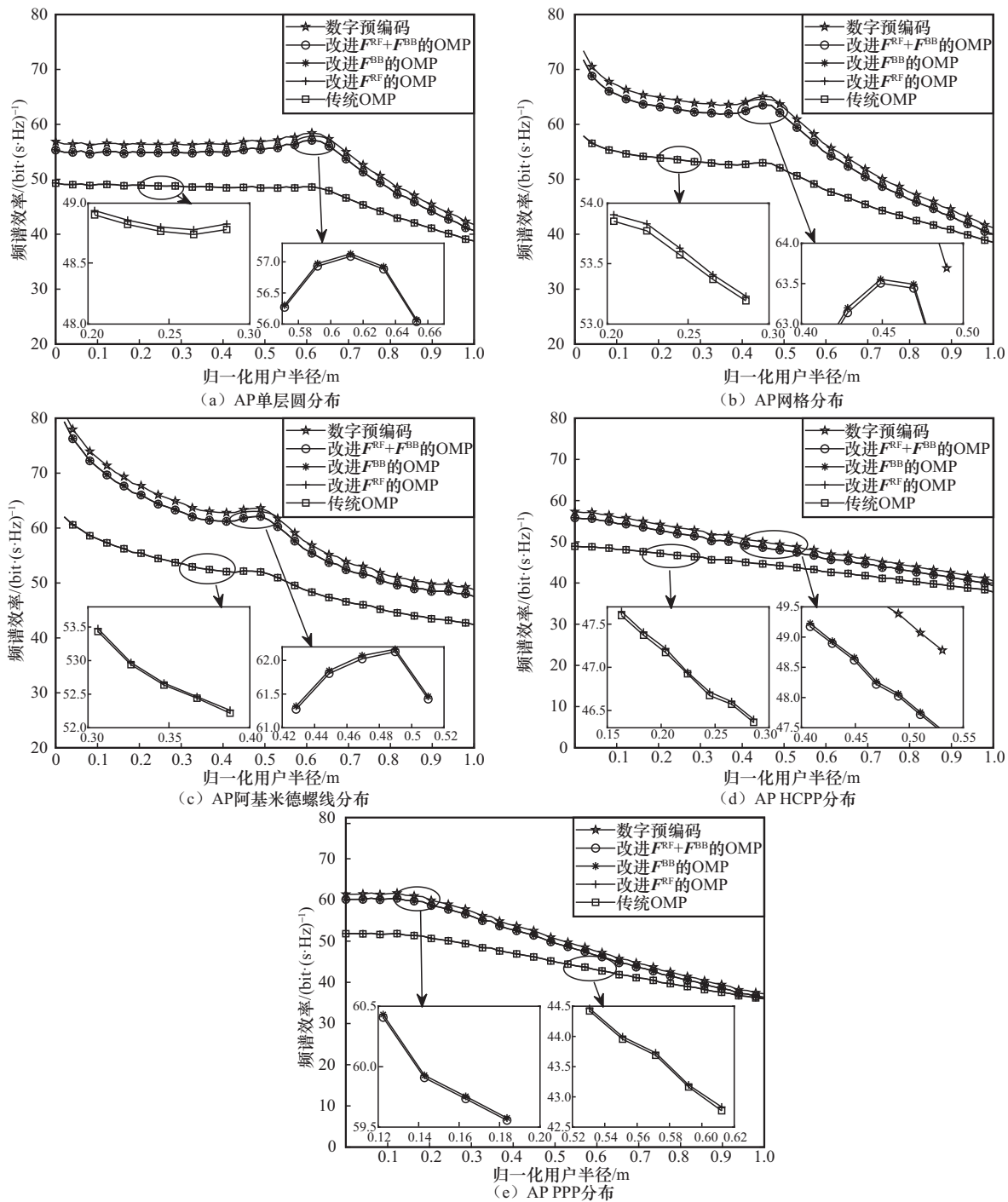


图8 其余5种AP分布下的频谱效率随归一化用户半径的变化曲线



预编码策略在不同总发射功率和收发天线规模下, 系统的频谱效率变化情况。

不同收发天线下的频谱效率随总发射功率的变化曲线如图9所示。由图9可知, 系统频谱效率整体随总发射功率和天线规模的增加而提升。其中, 所提算法在各类配置下均展现出良好的性能扩展性与适应性。当收发天线规模较小时, 各方案性能差距相对较小, 而在中高功率或天线规模增大的条件下, 所提方案的频谱效率提升更为显著, 整体性能更接近全数字预编码的最优水平, 充分体现了其在工程实践中的应用潜力与优势。

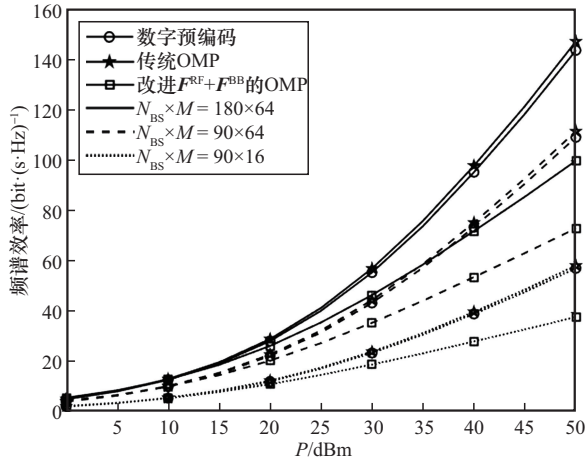


图9 不同收发天线下的频谱效率随总发射功率的变化曲线

4 结束语

本文围绕CF-mMIMO系统中的混合预编码问题, 提出了一种基于列正交约束的OMP算法, 并从两个关键阶段对其结构进行优化设计。仿真结果显示, 在不同AP分布、信道模型与系统参数设置下, 该算法在频谱效率与稳定性方面均优于原方案, 尤其是在反馈资源受限或数值计算复杂的场景中, 所提算法展现出更强的实用价值与鲁棒性。

在未来的研究工作中, 将进一步深入探讨AP间同步误差对系统性能的影响, 并探索在非

理想同步条件下的混合预编码机制。同时, 针对AP间联合混合预编码问题, 结合所提列正交约束设计思路, 分析其与集中式方案的融合路径与性能差异。对于当前以 F_n^{opt} 为理想性能参考的设计方式, 后续将基于可获取的部分信道信息构建更加可实现的目标矩阵, 从而提升算法在实际系统中的适用性与推广潜力。

附录 AP位置分布计算

图3 (a) 单层圆分布中, N_{AP} 个AP均匀分布在以 r 为半径的虚线圆周上, (r_n, δ_n) 可表示为:

$$(r_n, \delta_n) = \left(r, \frac{2\pi(n-1)}{N_{\text{AP}}} \right), n=1, 2, \dots, N_{\text{AP}} \quad (27)$$

图3 (b) 网格分布中, 首先将覆盖范围半径 D 分割成 $\lceil N_{\text{AP}} \rceil$ 份, 再取 $r = \frac{1}{2\lceil N_{\text{AP}} \rceil} D$ 为半径, 沿着两条相互垂直的半径作 $2\lceil N_{\text{AP}} \rceil - 1$ 个圆, 取圆心即可得 $2\lceil N_{\text{AP}} \rceil - 1$ 个AP的位置, 再通过内层AP向外层AP的连线作垂线, 所得垂足即为剩余 $N_{\text{AP}} - 2\lceil N_{\text{AP}} \rceil - 1$ 个AP的位置。若 $\sqrt{N_{\text{AP}}}$ 非整数, 则在生成的所有AP位置中随机删去 $(\lceil N_{\text{AP}} \rceil)^2 - N_{\text{AP}}$ 个, 最终得到 N_{AP} 个位置。

图3 (c) 阿基米德螺线分布中, 螺线满足 $r(\theta) = \frac{D}{\theta_{\max}} \theta$, $\theta \in [0, \theta_{\max}]$, 第 n 个AP的极坐标 (r_n, δ_n) 可表示为:

$$(r_n, \delta_n) = \left(D \frac{n-1}{N_{\text{AP}}-1}, \frac{(n-1)\theta_{\max}}{N_{\text{AP}}-1} \right), n=1, 2, \dots, N_{\text{AP}} \quad (28)$$

图3 (d) HCPP分布中, N_{AP} 个AP服从空间点过程模型HCPP, 通过在PPP的基础上引入硬核距离约束来模拟空间中点的分布, 并确保任意两点之间保持一定的最小距离。

图3 (e) PPP分布中, 预设 N_{AP} 个AP, 位置按照空间PPP特性独立均匀分布在区域内, 点之间不存在最小距离约束, 能够简化模拟实际随机部署的场景。

图3 (f) 蜂窝网络分布中, 模仿传统蜂窝网络, 在 $(0,0)$ 处配有一个基站, 该基站上配置 N_{BS} 根天线。

参考文献:

- [1] Demir ö T, Björnson E, Sanguinetti L. Foundations of user-centric cell-free massive MIMO[J]. *Foundations and Trends® in Signal Processing*, 2021, 14(3/4): 162-472.
- [2] Chen W S, Lin X Q, Lee J, et al. 5G-advanced toward 6G: past, present, and future[J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2023, 41(6): 1592-1619.
- [3] Wang C X, Huang J, Wang H M, et al. 6G wireless channel measurements and models: trends and challenges[J]. *IEEE Vehicular Technology Magazine*, 2020, 15(4): 22-32.
- [4] 魏克军, 胡泊. 6G 愿景需求及技术趋势展望[J]. *电信科学*, 2020, 36(2): 126-129.
- Wei K J, Hu P. 6G vision requirements and technology trend prospect[J]. *Telecommunications Science*, 2020, 36(2): 126-129.
- [5] Ngo H Q, Ashikhmin A, Yang H, et al. Cell-free massive MIMO versus small cells[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2017, 16(3): 1834-1850.
- [6] Matthaiou M, Yurduseven O, Ngo H Q, et al. The road to 6G: ten physical layer challenges for communications engineers[J]. *IEEE Communications Magazine*, 2021, 59(1): 64-69.
- [7] 郭劭, 潘鹏, 范耀宗. CF-mMIMO 系统中一种基于用户极坐标的低复杂度导频分配算法[J]. *电信科学*, 2023, 39(7): 1-10.
- Guo S, Pan P, Fan Y Z. A low complexity pilot assignment algorithm based on user polar coordinates in CF-mMIMO systems[J]. *Telecommunications Science*, 2023, 39(7): 1-10.
- [8] El Ayach O, Rajagopal S, Abu-Surra S, et al. Spatially sparse precoding in millimeter wave MIMO systems[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2014, 13(3): 1499-1513.
- [9] Luo J, Fan J C, Wang Y W, et al. Manifold optimization assisted centralized hybrid precoding for cell-free massive MIMO systems[J]. *Science China Information Sciences*, 2023, 66(11): 219301.
- [10] Feng C H, Shen W Q, An J P, et al. Weighted sum rate maximization of the mmWave cell-free MIMO downlink relying on hybrid precoding[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2022, 21(4): 2547-2560.
- [11] Parlier B, Salaün L, Yang H. Learning optimal linear precoding for Cell-free massive MIMO with GNN[C]// *Machine Learning and Knowledge Discovery in Databases. Applied Data Science Track*. Cham: Springer, 2024: 72-88.
- [12] Atzeni I, Gouda B, Tölili A. Distributed precoding design via over-the-air signaling for cell-free massive MIMO[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2021, 20(2): 1201-1216.
- [13] Nguyen L D, Duong T Q, Ngo H Q, et al. Energy efficiency in cell-free massive MIMO with zero-forcing precoding design[J]. *IEEE Communications Letters*, 2017, 21(8): 1871-1874.
- [14] 张德坤, 白宝明. FDD 无蜂窝大规模 MIMO 系统 CSI 反馈及预编码研究[J]. *电信科学*, 2024, 40(12): 63-73.
- Zhang D K, Bai B M. Research on CSI feedback and precoding in FDD cell-free massive MIMO systems[J]. *Telecommunications Science*, 2024, 40(12): 63-73.
- [15] Le Q N, Nguyen V D, Dobre O A, et al. Energy efficiency maximization in RIS-aided cell-free network with limited backhaul[J]. *IEEE Communications Letters*, 2021, 25(6): 1974-1978.
- [16] Zhang Z J, Dai L L. A joint precoding framework for wideband reconfigurable intelligent surface-aided cell-free network[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2021, 69: 4085-4101.
- [17] Su X, He R S, Zhang P, et al. Joint precoding for RIS-assisted wideband THz cell-free massive MIMO systems[J]. *IEEE Internet of Things Journal*, 2024, 11(20): 33361-33370.
- [18] 李静. 分布式毫米波大规模 MIMO 混合预编码技术研究[D]. 大连: 大连海事大学, 2021.
- Li J. Research on hybrid precoding techniques for distributed millimeter wave massive MIMO[D]. Dalian: Dalian Maritime University, 2021.
- [19] Maccartney G R, Samimi M K, Rappaport T S. Omnidirectional path loss models in New York City at 28 GHz and 73 GHz[C]// *Proceedings of the 2014 IEEE 25th Annual International Symposium on Personal, Indoor, and Mobile Radio Communication (PIMRC)*. Piscataway: IEEE Press, 2015: 227-231.
- [20] Sayeed A M. Deconstructing multi-antenna fading channels[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2002, 50(10): 2563-2579.
- [21] Meijerink A, Molisch A F. On the physical interpretation of the saleh-valenzuela model and the definition of its power delay profiles[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2014, 62(9): 4780-4793.
- [22] Zhang D D, Wang Y F, Li X H, et al. Hybridly connected struc-



ture for hybrid beamforming in mmWave massive MIMO systems[J]. IEEE Transactions on Communications, 2018, 66(2): 662-674.

- [23] 庄钊文, 王雪松, 黎湘, 等. 雷达目标识别[M]. 北京: 高等教育出版社, 2015.

Zhuang Z W, Wang X S, Li X, et al. Radar target recognition[M]. Beijing: Higher Education Press, 2015.

- [24] 张贤达. 矩阵分析与应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004: 341-344.

Zhang X D. Matrix analysis and applications[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004: 341-344.

- [25] Yu X, Shen J C, Zhang J, et al. Alternating minimization algorithms for hybrid precoding in millimeter wave MIMO systems[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2016, 10(3): 485-500.

[作者简介]



张思涵 (2001-), 女, 浙江工商大学信息与电子工程学院硕士生, 主要研究方向为去蜂窝毫米波大规模 MIMO 系统、混合波束成形。



王安定 (1975-), 男, 博士, 浙江工商大学信息与电子工程学院副教授, 主要研究方向为毫米波通信、空时信号处理以及 5G 通信中大规模 MIMO 系统的信道自适应跟踪、智能波束成形、信道容量分析及系统优化等无线核心技术。